



## **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НА ГРАНИЦЕ ВЕНТИЛИРУЕМОЙ КАВЕРНЫ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ЧИСЛОМ КАВИТАЦИИ**

Иван И. Козлов и Владислав В. Прокофьев<sup>1</sup>

### **РЕФЕРАТ**

Проведены экспериментальные исследования плоского течения с образованием полости с отрицательным числом кавитации, изучены особенности формирования волновых структур на неустойчивой границе каверны, их влияние на унос газа из каверны, исследованы основные сценарии развития волн. Показано, что закон роста амплитуды волн в среднем хорошо аппроксимируется квадратичной параболой, а основным параметром, определяющим масштабный эффект в этом течении является число Вебера.

**Ключевые слова:** кавитация, струя, унос газа, неустойчивость Релея-Тейлора, скоростная видеосъемка.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Хорошо известен способ создания развитых кавитационных течений путем искусственного поддува воздуха в кавитационную полость, образующуюся за обтекаемым телом - кавитатором (см., например (Эпштейн, 1961; Пирсол, 1975; Spark, 2002)). Подобным способом можно создать кавитационные течения не реализующиеся при обычном обтекании тел. В некоторых случаях при подаче газа в область течения с повышенным давлением можно получить стационарную кавитационную полость с повышенным по отношению к внешнему давлению — т.н. каверну с отрицательным числом кавитации. О возможности реализации обтекания тел с образованием искусственных каверн с отрицательным числом кавитации, по-видимому, впервые было заявлено академиком Л.И. Седовым во вступительном слове на открытии симпозиума IUTAM 1971 года (Седов, 1971). Тогда же под его руководством такие течения были реализованы в Институте механики МГУ. Проведенные в последние годы в Институте механики МГУ экспериментальные исследования плоского струйного течения с образованием искусственной вентиляруемой каверны с отрицательным числом кавитации (Козлов и Прокофьев, 2001; 2004; 2006) показали, что в отличие от обычной каверны унос газа здесь существенно связан с релей-тейлоровской (Р-Т) неустойчивостью границы каверны.

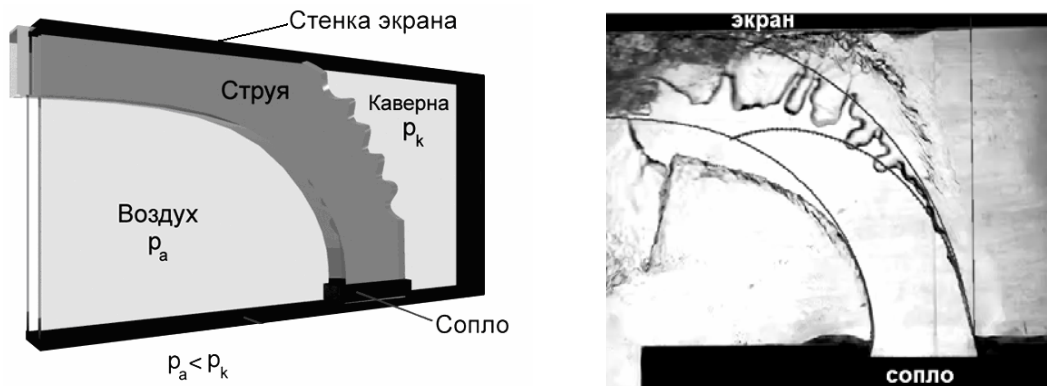
### **ЭКСПЕРИМЕНТ**

На Фиг. 1 слева показана схема эксперимента — струя воды истекает из сужающегося сопла в пространство между двумя прозрачными пластинами.

Расстояние между этими пластинами составляло 5 мм, ширина симметричного сопла  $D$  равна 25 мм. Течение ограничено сверху плоским непроницаемым экраном. Струя жидкости (воды)

---

<sup>1</sup> Институт механики МГУ, e-mail: prokof@imec.msu.ru



**Фиг. 1. Схема эксперимента, пример течения ( $\theta_0 = 90^\circ$ )**

свободно вытекает в атмосферу (влево), а справа течение ограничено «глухим» тамбуром, куда подавался воздух, в результате чего образовывалась каверна с повышенным давлением  $p_k$ . Скоростная видеосъемка (скорость до 4000 кадр/с) производилась через прозрачные боковые стенки. Геометрия течения в экспериментах изменялась путем изменения угла наклона оси сопла к экрану (в дальнейшем будем характеризовать течение полным углом разворота струи  $\theta_0$ ) и изменением расстояния от кромки сопла до экрана  $H$ . На Фиг. 1 ось симметричного сопла перпендикулярна плоскости экрана. На Фиг. 1 справа показан вид течения (один кадр скоростной видеосъемки) при полном угле разворота струи  $\theta_0 = 90^\circ$ , скорости истечения струи  $V_\infty = 4,8$  м/с. Видно, что на правой границе струи (на границе каверны с повышенным давлением) развиваются волны, связанные с Р-Т неустойчивостью. Сплошными гладкими кривыми показаны границы струи, рассчитанные в соответствии с теорией плоских течений идеальных струй (Гуревич, 1979). Границы струи и каверны хорошо согласуются с теоретическими решением на начальном участке (до угла поворота струи  $\sim 30^\circ$ ). На Фиг. 1 справа показана еще одна кривая, представляющая собой осредненные траектории вершин растущих пузырей пересекающих струю (о способе построения этой кривой см. ниже). Траектории вершин волн достигают теоретической внешней границы струи при угле поворота струи  $\sim 60^\circ$ . Однако реальная граница струи в этой области значительно отличается от теоретической.

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Из приведенного на Фиг. 1 примера видно, что теоретическая граница каверны может рассматриваться как невозмущенная граница, на которой происходит развитие волн. Из теории течения идеальных струй (Гуревич, 1979) следует, что в зависимости от числа кавитации  $k$  может быть три режима взаимодействия струи с экраном — предельный (назовем его критическим), когда струя замыкается на стенке экране, докритический с возникновением возвратной струйки (в рамках схемы с разделением струй) и сверхкритический режим, когда струя непосредственно не взаимодействует с экраном. В статье будут изучаться околокритические режимы, именно такой режим показан на Фиг. 1 справа — соответствующее критическое число кавитации для этого случая  $k^* \approx -0,5$ . В работе (Козлов и Прокофьев, 2001) показано, что при удалении от кромок сопла, а также вдали от области взаимодействия струи и экрана течение жидкости стремится к течению около точечного вихря с линиями тока в виде окружностей. Ускорение на границе каверны  $a$  постоянно и определяется скоростью течения  $V_\infty$  и величиной числа кавитации  $k$ .

$$a = V_k^2 / R_k, R_k = \Delta / (v_0 |\ln v_0|), V_k = v_0 V_\infty, v_0 = \sqrt{1-k} \quad (1)$$

Ширина отходящей в бесконечность струи  $\Delta$  связана с шириной сопла  $D$  соотношением  $\Delta = K_p(v_0)D$ , где коэффициент расхода  $K_p(v_0)$  определяется либо экспериментально, либо из идеальной струйной теории. В случае если длина волны  $\lambda$  много меньше радиуса кривизны каверны  $R_k$  дисперсионное уравнение для линейных волн совпадает с классическим для Р-Т неустойчивости, если вместо ускорения силы тяжести использовать ускорение  $a$ . Пренебрегая влиянием вязкости и весомости, для длины волны наиболее быстро растущего возмущения получим:

$$\lambda_m = 2\pi \Delta v_0 \sqrt{3We^{-1}(R_k / \Delta)} \quad (2)$$

При  $\lambda = \lambda_m$  достигается максимальное значение инкремента роста линейных волн  $\gamma_m = \sqrt{\frac{2}{3} a \sqrt{\frac{\rho a}{3\sigma}}}$ . Это значение может быть использовано для оценки развития волн на границе каверны. Например, длина участка, где развитие волн соответствует линейной теории, может быть определена как ((Иногамов и др., 1999))  $l_0 = 2,5V_k / \gamma_m$ , тогда для угла разворота струи  $90^\circ$  (как на Фиг. 1) можно приблизительно положить  $R_k \approx H$  (где  $H$  расстояние от среза сопла до экрана), длина каверны  $L_k \approx \pi H / 2$  и тогда:

$$\frac{l_0}{L_k} = \frac{5}{\pi} \left( \frac{2}{3} v_0 \sqrt{\frac{We}{3H/\Delta}} \right)^{-1/2} \quad (3)$$

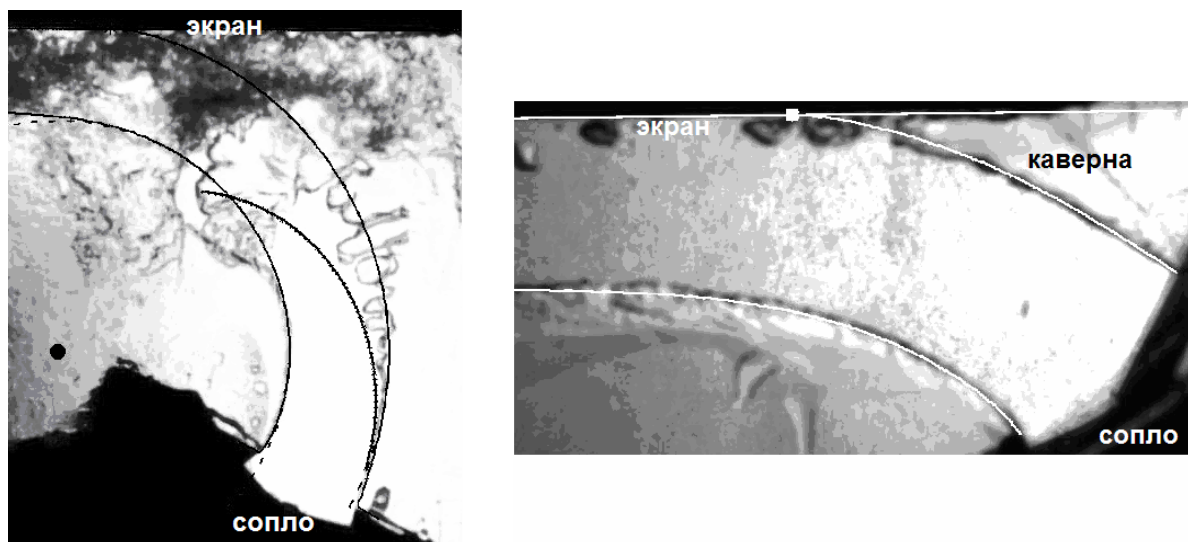
Далее в процессе развития волн, различают (Иногамов и др., 1999) нелинейную стадию и турбулентную, возникающую в процессе нелинейных взаимодействий. В нелинейной стадии развитие возмущений может значительно отличаться от классической задачи, однако, в качестве материала для сравнения выпишем выражение для предельной скорости вершин волн при периодическом режиме развития возмущений для классической задачи Р-Т неустойчивости (см., например, (Иногамов и др., 1999; Герценштейн и др., 1989) так называемую скорость «стационарного пузыря»  $v_b$ , подставив в нее параметры нашей задачи:

$$v_b = 0,23V_\infty v_0 \sqrt{\lambda_m / R_k} \quad (4)$$

Отметим, что в пренебрежении вязкостью и весомостью жидкости, при заданной геометрии основными параметрами, определяющими течение, являются числа кавитации и Вебера. В классической задаче, когда имеется только один физический параметр  $a$  — ускорение в системе, турбулентная стадия ассоциируется с отсутствием характерного линейного размера, поэтому задача является автомодельной — граница перемешивания жидкости и газа движется пропорционально  $at^2$ .

## ВЛИЯНИЕ УГЛА ПОВОРОТА СТРУИ

В статье рассматриваются только течения близкие к критическому режиму. В этом случае критическое число кавитации зависит только от геометрии течения. Изменяя угол наклона сопла (угол разворота струи  $\theta_0$ ) и расстояние от кромки сопла до экрана, можно получить течения с кавернами различной длины при одинаковых критических числах кавитации.



**Фиг. 2. Примеры течения ( $\theta_0 = 120^\circ$ , слева и  $45^\circ$ , справа)**

На Фиг. 2 слева показано течение при  $\theta_0 = 120^\circ$ , сплошными черными линиями показаны границы струи, штрихованными асимптотические границы – окружности, линия, пересекающая струю средняя траектория вершин волн – пузырей (об этом см. ниже). Видно, что асимптотическая граница каверны (окружность) может рассматриваться как «невозмущенная» граница для развивающихся на них волн. При обработке видеоматериалов удобно течение рассматривать в полярной системе координат, связанной с асимптотическим течением. На Фиг. 2 слева точкой показан теоретический центр этого течения.

Справа, показано течение для  $\theta_0 = 45^\circ$ , теоретические границы струи показаны белыми линиями. Здесь теоретические границы везде хорошо согласуются с экспериментальными. Белым квадратиком показана теоретическая точка присоединения каверны к экрану. Видно, что разрушение каверны происходит несколько выше этой точки — и развивающиеся на границе каверны волны при разрушении каверны формируют пузырьковый след за каверной. При  $\theta_0 = 120^\circ$  Р-Т структуры полностью пересекают струю жидкости, и газ из каверны непосредственно через них попадает во внешнее пространство — струя жидкости здесь уже взаимодействует с экраном в виде фрагментов.

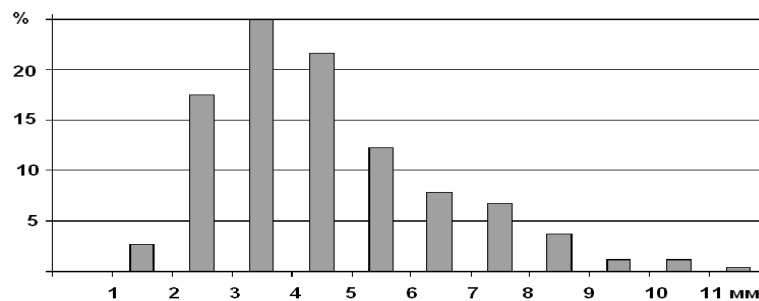
### **ФОРМИРОВАНИЕ ПУЗЫРЬКОВОГО СЛЕДА**

Процесс образования пузырей для случая не очень длинных каверн, когда амплитуда волн в области замыкания каверны заметно меньше ширины струи проиллюстрирован на Фиг. 3. Здесь крупно показана хвостовая область каверны, течение соответствует правой части Фиг. 2, кадры на Фиг. 2 повернуты на  $90^\circ$ , показан каждый 4-й кадр, скорость съемки 3333 кадр/с, скорость течения 4,5 м/с)

Каверна в этом эксперименте разрушалась примерно за 10–12 мм до теоретической точки присоединения. Измерения скоростей пузырей показали, что до этой точки и ниже нее пузырь движется с постоянной скоростью. Причем перед точкой присоединения пузырь движется с меньшей скоростью, близкой к скорости на границе каверны, а ниже этой точки со скоростью близкой к скорости истечения струи.



Фиг. 3. Формирование пузырькового следа при  $\theta_0 = 45^\circ$



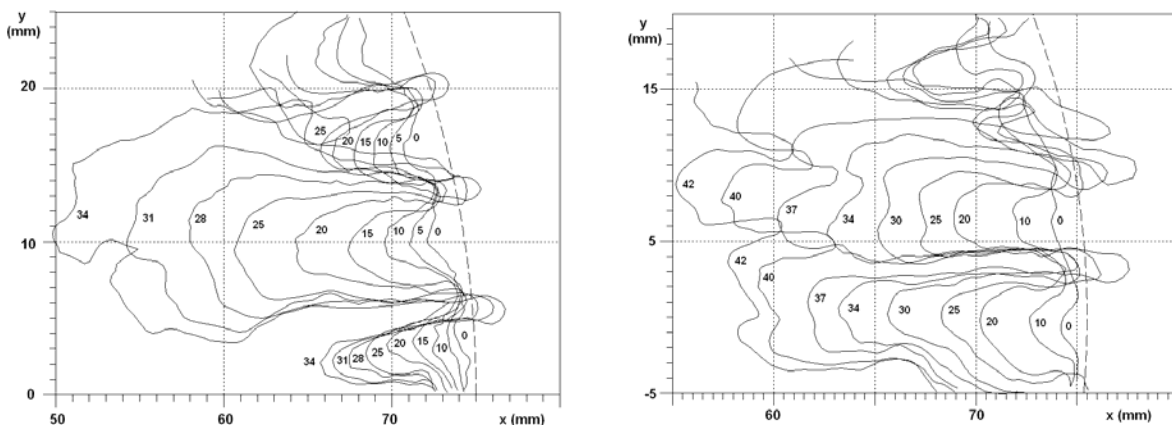
Фиг. 4. Распределение пузырей в следе по размерам

Для обработки видеофайлов была создана специальная программа для автоматического определения границ, размеров и площадей замкнутых областей. Защита от систематических помех достигается слежением только за изменениями по сравнению с некоторым начальным состоянием (например, с первым кадром съемки). На Фиг. 4 показана гистограмма распределения пузырей в следе за каверной по размерам. Средняя длина волн, образующихся на границе каверны, измеренная в том же эксперименте равна 5,4 мм. Максимум гистограммы соответствует несколько меньшим размерам пузырей. Но совпадения здесь не ожидается, так как уносимый объем определяется не только длиной, но и амплитудой волн.

### ОБРАБОТКА ВИДЕОФИЛЬМОВ

Кроме того, проводились следующие виды обработки видеофильмов: получение осциллограмм — запись изменения радиальной координаты границ струи и каверны от времени в полярной системе координат при фиксированной угловой координате  $\theta = const$ , регистрация движения вершин волн — запись эволюции поверхности каверны во времени. Осциллограммы показали, что для указанной выше скорости истечения до угла  $\theta \approx 30^\circ$  осциллограмма имеет вид типичного для Р-Т неустойчивости «квазипериодического» сигнала (термин взят из монографии (Иногамов и др., 1999)), причем средняя длина волны весьма близка к теоретической величине  $\lambda_m$  (расхождение менее 10%), далее начинают развиваться более длинные волны. Регистрация движения вершин волн показала, что они движутся с примерно постоянной угловой скоростью, совпадающей с теоретической угловой скоростью жидкости на границе каверны.

Для сравнения с классической задачей Р-Т неустойчивости интересно представление эволюции границы каверны во времени во вращающейся с указанной выше скоростью системе



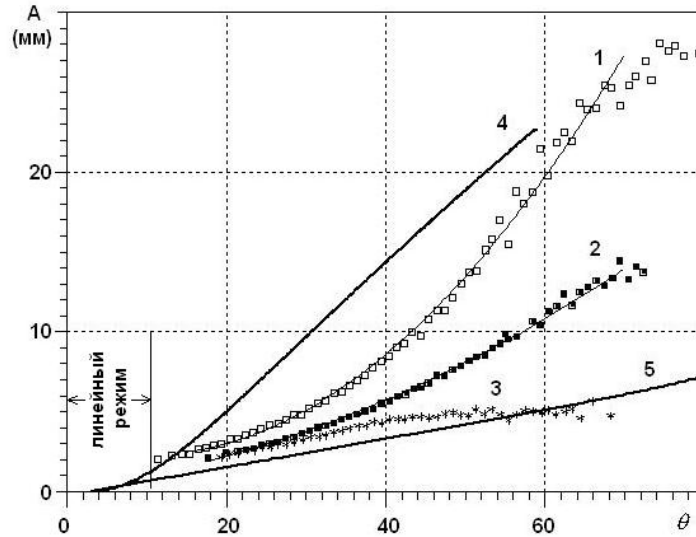
**Фиг. 5. Развитие волн во вращающемся секторе**

координат: на Фиг. 5 показано развитие волн во вращающемся секторе (с углом раствора сектора  $\sim 22^\circ$ ) пунктиром показана «невозмущенная» граница, числа около кривых номера кадров (скорость 3333 кадра в секунду, координаты даны в мм).

Нулевой кадр соответствует началу отсчета (в этот момент сектор примыкает к кромке сопла) — на левой картинке Фиг. 5 видно, что в начальный момент на границе имеются волны с примерно одинаковыми периодами и близкими амплитудами. В дальнейшем происходит опережающее развитие одного из периодов — образуется крупный пузырь, который пересекает струю, увеличивается также его ширина — то есть происходит увеличение средней длины волн. Эта картина соответствует бигармоническому режиму взаимодействия волн типа конкуренции (Иногамов и др., 1999), а справа подобран пример образования крупных пузырей, соответствующий бигармоническому взаимодействию типа притяжения (параллельно развиваются, а затем сливаются два крупных пузыря).

Анализ таких картин эволюции волн приводит к выводу, что возникающий сначала квазипериодический волновой режим затем разрушается в результате субгармонической неустойчивости, характерной и для классической задачи Р-Т неустойчивости. Представим закон роста амплитуды волн как зависимость радиальной координаты вершины каждого пузыря от угловой координаты (так как угловая скорость постоянна — угол пропорционален времени развития возмущений). Разделим всю совокупность наблюдаемых в этом эксперименте волн на три категории: волны, амплитуда которых в пределах наблюдения (от 0 до  $90^\circ$ ) не достигает 10 мм (при расчетной толщине струи  $\sim 22$  мм) — волны аутсайдеры, волны, амплитуда которых превосходит 20 мм — волны лидеры, волны с амплитудой от 10 до 20 мм — средние волны. Оказалось, что волны 1-й категории (лидеры) составили 37,5%, 2-й категории — 27,3%, 3-й категории (аутсайдеры) — 35,9%. На фиг.6 экспериментальные результаты представлены в виде зависимостей осредненных величин амплитуды для каждой категории от угловой координаты  $\theta$  для каждой из трех категорий (цифры 1, 2, 3). Здесь же для сравнения представлены теоретическая траектория изолированного сферического пузыря (кривая 4), диаметр которого выбирался равным длине волны наиболее быстро растущего возмущения, а также траектория, рассчитанная согласно формуле (4) для стационарного пузыря (кривая 5).

На фиг. 6 отмечена область линейного развития волн (согласно (3)). Каждая из осредненных траекторий пузырей категорий 1 и 2 хорошо аппроксимируется квадратичной зависимостью на участке от  $20^\circ$  (т. е. сразу за областью линейного развития) до  $70^\circ$ . Близость к квадратичному закону означает, что вершины пузырей движутся с постоянным ускорением. Для лидирующих пузырей средняя по всей совокупности траекторий величина ускорения составляет 59% от на границе каверны (21% от ускорения на теоретической границе струи). Для категории 2



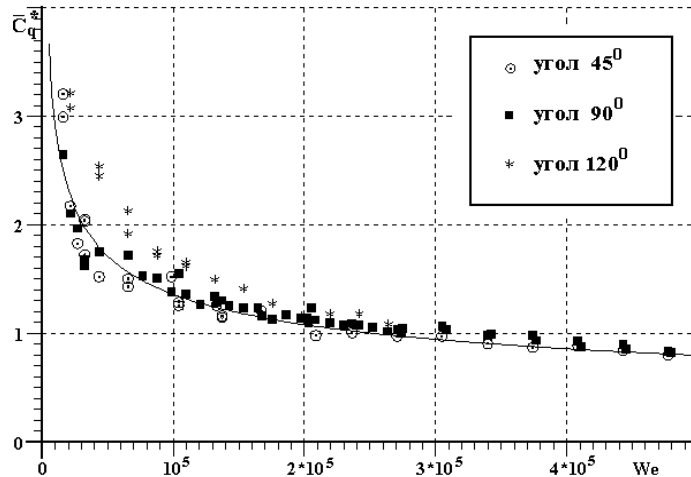
**Фиг. 6. Зависимость осредненных амплитуд волн от угловой координаты**

ускорение в 2,8 раза меньше. Следовательно, на этой неавтомодельной нелинейной стадии развития неустойчивости, фронт перемешивания движется подобно автомодельной (турбулентной) стадии с постоянным, но заметно большим ускорением (см., например, (Иногамов и др., 1999)). Обратим внимание, что скорость «лидирующих» пузырей приближается к скорости изолированных пузырей (кривая 4). Закон развития пузырей «аутсайдеров» сильно отличается от первых двух категорий. Видно, что он очень близок к закону развития нелинейных монохроматических возмущений. Для оценки интенсивности роста волн будем использовать осредненные значения амплитуд для волн первой и второй категорий (то есть для растущих волн). Линия, пересекающая струю на Фиг. 1 и 2 есть парабола, посчитанная по такой методике.

### **ЗАКОН УНОСА ГАЗА ИЗ КАВЕРНЫ**

Так как унос газа из каверны определяется крупными пузырями, то квадратичная закономерность их роста должна определять и закономерности уноса газа из каверны. В околоскритическом режиме при одинаковых критических числах кавитации расход газа в этом случае должен быть пропорционален квадрату длины каверны. Проведем непосредственное измерение расхода газа из каверны. Введем коэффициент уноса газа из каверны  $C_q = Q_g / Q_l$  (где  $Q_g$  — объемный расход газа из каверны, а  $Q_l$  — расход жидкости в струе). Коэффициент уноса газа для критического числа кавитации обозначим  $C_q^*$ .

На фиг.6 данные для пронормированной по квадрату полного угла разворота струи величины  $\bar{C}_q^* = C_q^* (\pi/2\theta_0)^2$  приведены в зависимости от числа Вебера при трех углах разворота струи. Видно, что точки, полученные для каверн различной длины (длина примерно пропорциональна полному углу разворота струи) попадают примерно на одну кривую. Таким образом, квадратичная зависимость от длины каверны имеет место во всем исследованном диапазоне скоростей течения струи. Из данных Фиг. 6 видно, что имеет место довольно сильный масштабный эффект — с уменьшением числа Вебера коэффициент расхода начинает увеличиваться (кривая аппроксимирующая экспериментальные точки на Фиг. 6  $\bar{C}_q^* \sim We^{-0,33}$ ). Специальный эксперимент



**Фиг. 6. Зависимость пронормированного коэффициента уноса газа от числа Вебера**

на крупномасштабной установке (Прокофьев и Козлов, 2008) с шириной струи 125 мм (в рассматриваемом случае 5 мм) показал, что зависимость от числа Рейнольдса мала и основным параметром, определяющим масштабный эффект в этом случае является число Вебера.

#### **БЛАГОДАРНОСТИ**

Работа выполнена при поддержке РФФИ (07-01-00296, 09-08-00211) и программы НШ-610.2008.1

#### **ЛИТЕРАТУРА**

- Герценштейн С.Я., Чернявский В.М., Штемлер Ю.М (1989), Об устойчивости Релея-Тейлора при больших значениях времени, Изв. АН СССР, МЖГ, № 5, сс.8–18.
- Гуревич М.И. (1979), Теория струй идеальной жидкости, Изд.2, М.:«Наука», 536 с.
- Козлов И.И., Прокофьев В.В. (2001), Унос газа из вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации, Изв. РАН, МЖГ, № 5, с. 92–106.
- И.И. Козлов, В.В. Прокофьев. (2006), Закономерности развития волн на поверхности каверны с отрицательным числом кавитации, ДАН РАН, т. 409, № 1, с. 43–47
- Иногамов Н.А., Демьянов А.Ю., Сон Э.Е. (1999), Гидродинамика перемешивания, М, Изд-во МФТИ, 464 с.
- Пирсол И. (1975), Кавитация. М.: Мир, СССР В.В. Прокофьев, И.И. Козлов, (2008), О масштабном эффекте при уносе газа из каверны с отрицательным числом кавитации, в сб. «Проблемы современной механики» к 85-летию академика Г.Г. Черного, М, с. 451–459.
- Седов Л.И. (1973), Вступительное слово на открытии симпозиума. Труды межд. симпозиума «Неустановившиеся течения воды с большими скоростями» Л. 22–26 июня 1971, «Наука» М. с. 9–12
- Эпштейн Л.А. (1961), Определение количества газа, необходимого для поддержания каверны за телом, движущимся горизонтально при небольших числах Фруда, В сб. Теория корабля и экспериментальная гидромеханика судна, Л.: Сборник статей НТО Судпрома, вып. 39.



Пирсол И. (1975), Кавитация. М.: Мир, СССР.

I.I. Kozlov, V.V. Prokof'ev (2004), About different modes carry-over or gas from ventilated cavity with negative cavitation number, Proceedings of Second International Summer Scientific School, HSH-2004, Cheboksary, Russia, June 27 – July 3, , Cheboksary institute of the Moscow State Open University, p. 97–104.

Spurk J.H. (2002), A theory for the gas loss from ventilated cavities. Proc. Int. Summer Sci. School “HSH-2002”. Cheboksary, Russia/Washington, USA, p. 191–195.

## ПРОИЛОЖЕНИЕ: ОБОЗНАЧЕНИЯ

В статье приняты следующие обозначения:

$C_q = Q_g / Q_l$  — коэффициент уноса газа из каверны;

$C_q^*$  — коэффициент уноса газа при критическом числе кавитации

$D$  — ширина сопла;  $H$  — расстояние от среза сопла до экрана;

$p_a$  — внешнее давление (атмосферное);  $p_k$  — давление в каверне;

число кавитации  $k = \frac{p_a - p_k}{\rho V_\infty^2 / 2}$ ;  $k^*$  — критическое число кавитации;

$Q_g$  — объемный расход газа из каверны;  $Q_l$  — расход жидкости в струе;

$V_\infty$  — модуль скорости на границе струи;  $V_k$  — модуль скорости на границе каверны;

число Вебера  $We = \Delta \rho V_\infty^2 / \sigma$ ;  $\Delta$  — ширина отходящей в бесконечность струи;

$\lambda$  — длина волны;  $\rho$  — плотность жидкости;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения