

# НЕЛИНЕЙНЫЕ ИЗОТЕРМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ВЫРОЖДЕННОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛАЗМЕ

А. Е. Дубинов<sup>1</sup>, А. А. Дубинова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Саровский государственный физико-технический институт, г. Саров, Нижегородская обл., Россия

<sup>2</sup> Высшая школа общей и прикладной физики, Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

В работе выведено, исследовано методом псевдопотенциала и точно решено нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее колебания химического потенциала в стационарной одномерной волне, распространяющейся в вырожденном электронном газе на неподвижном нейтрализующем фоне. Получено, что фазовая скорость волны ограничена снизу критическим значением  $V_{\text{crit}}$ . Найдено точное значение критической фазовой скорости:

$$V_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{kT \operatorname{Li}_{3/2}\left(-\exp\frac{\mu_0}{kT}\right)}{m \operatorname{Li}_{1/2}\left(-\exp\frac{\mu_0}{kT}\right)}}, \quad (1)$$

где  $\operatorname{Li}_\nu(x)$  – полилогарифм. При  $\mu_0/kT \rightarrow \infty$  (1) стремится к известному значению  $V_{\text{crit}} = \sqrt{2\mu_0/3m}$  для холодного электронного ферми-газа [1]. Казалось бы, что и при предельном переходе  $\mu_0/kT \rightarrow 0$  (1) можно свести к выражению для изотермической классической плазмы  $V_{\text{crit}} = \sqrt{kT/m}$ . Однако в данном пределе получается несколько иное значение, отличающееся от известного [1]:

$$V_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{kT}{m}} \sqrt{-\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\zeta(3/2)}{\zeta(1/2)}} \approx 1.1246856 \sqrt{\frac{kT}{m}}, \quad (2)$$

где  $\zeta(x)$  – дзета-функция Римана. Полученное 12%-ное расхождение с классической плазмой объясняется просто: никаким предельным переходом нельзя получить функцию распределения Максвелла из функции распределения Ферми-Дирака, сохраняя при этом в силе принцип запрета Паули.

Вычислены профили физических величин в волне, которые, как оказалось, сильно отличаются от гармонических.

Работа А.Е.Д. поддержана грантом Правительства Нижегородской области (договор № 16).

1. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Методы теории волн в средах с дисперсией. М.: Физматлит. 2007.

# NON-LINEAR ISOTHERMAL WAVES IN DEGENERATE ELECTRON PLASMA

Alexander E. Dubinov<sup>1</sup>, Anna A. Dubinova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Sarov state physical and technical institute, Sarov, Nizhni Novgorod region, Russia

<sup>2</sup> Advanced School of General and Applied Physics, Lobachevsky Nizhni Novgorod State University, Nizhni Novgorod, Russia

A non-linear differential equation of oscillations of chemical potential of 1D stationary wave in a degenerate neutralized electron gas is derived, analyzed and solved exactly. It is found that a phase velocity of wave is bounded below by a critical value  $V_{\text{crit}}$ . Exact formula of the  $V_{\text{crit}}$  is

$$V_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{kT}{m} \frac{\text{Li}_{3/2}\left(-\exp\frac{\mu_0}{kT}\right)}{\text{Li}_{1/2}\left(-\exp\frac{\mu_0}{kT}\right)}}, \quad (1)$$

where  $\text{Li}_\nu(x)$  is the polylogarithm. The  $V_{\text{crit}}$  runs to known value for a cold electron Fermi-gas  $V_{\text{crit}} = \sqrt{2\mu_0/3m}$  at  $\mu_0/kT \rightarrow \infty$ . It would seem that the  $V_{\text{crit}}$  runs to the  $V_{\text{crit}} = \sqrt{kT/m}$  for an isothermal classic gas at  $\mu_0/kT \rightarrow 0$ . But we have found another limit:

$$V_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{kT}{m}} \sqrt{-\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\zeta(3/2)}{\zeta(1/2)}} \approx 1.1246856 \sqrt{\frac{kT}{m}}, \quad (2)$$

where  $\zeta(x)$  is the Riemann zeta-function. Obtained 12% difference from classic plasma is explained very easy: there is not a limiting transfer which transforms the Fermi-Dirac distribution to the Maxwell one if the Pauli principle is kept in action.

Profiles of the wave are calculated. They are different from harmonic waves.

A.E.D. is supported by a grant of Government of Nizhni Novgorod region (contract # 16).

1. *Kuzelev M.V., Rukhadze A.A.* Methods of wave theory in media with dispersion. M.: Fizmatlit. 2007.